



Leçon 15: Les ondes mécaniques : Généralité

ACTIVITÉ D'INTÉGRATION

Dans le dessin animé intitulé « Oggy et les cafards », dans un épisode, Oggy possédait une mallette d'argent ne lui appartenant pas. Lorsqu'il visionnait, les cafards ont dérobé la mallette d'argent et se sont mis à courir dans la maison. Les cafards, ayant distancés Oggy, pris le couloir, le long duquel était étalé un tapis rouge. Alors, Oggy, eu une brillante idée : celle de créer une vague avec le tapis en le tenant à l'extrémité de laquelle il se trouvait. La vague de tapis se propagea le long du tapis, perpendiculairement au sol du couloir, jusqu'à ce que la vague tapissiale eut atteint les cafards et les coinça contre le mur. Oggy arriva tout en marchant avec un large sourire au visage, il reprit sa mallette et s'en allant en sifflotant.

- Quel est le phénomène physique présenté dans ce document ?
- Quelles sont les grandeurs physiques qui caractérisent ce phénomène ?
- Définir alors onde mécanique. Quelles différences faites-vous entre une perturbation et une onde ?

OBJECTIFS

- Distinguer les types de signaux et montrer que leurs propagations se font sans transport de matière.
- Définir et caractériser une onde mécanique.

1.1 Les signaux

1.1.1. Définitions

- Dans un milieu de propagation, une **perturbation** désigne une modification locale des propriétés dudit milieu.
- Une **onde mécanique** ou **signal** ou **ébranlement** ou **mouvement vibratoire**, est le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu (*élastique*) sans qu'il y ait transport de matière.
- Un **signal** est une perturbation locale de courte durée ou une modification temporaire des propriétés d'un milieu.
- Un **milieu élastique** est un milieu déformable i.e. un milieu qui reprend sa forme initiale après le passage de l'ébranlement.

Remarque.

- Une onde mécanique ne se propage jamais dans le vide mais plutôt dans un milieu matériel ;
- Une onde mécanique ne se propage pas avec transport de matière, mais plutôt avec **transport d'énergie** ;
- Une **onde** est le phénomène de propagation, dans un milieu, d'une succession de signaux émis par une source.
- Une onde est aussi une vibration en mouvement.

1.1.2. Les types de signaux

Il existe, en fonction du type de polarisation du signal (*sa direction de propagation et la direction de la perturbation*), deux types de signaux :



- Le **signal transversal** qui est un déplacement du point du milieu élastique perpendiculairement à la direction de propagation (fig. 15.1.a)
- Le **signal longitudinal** qui est une déformation du milieu parallèlement à la direction de propagation (fig. 15.1.b).

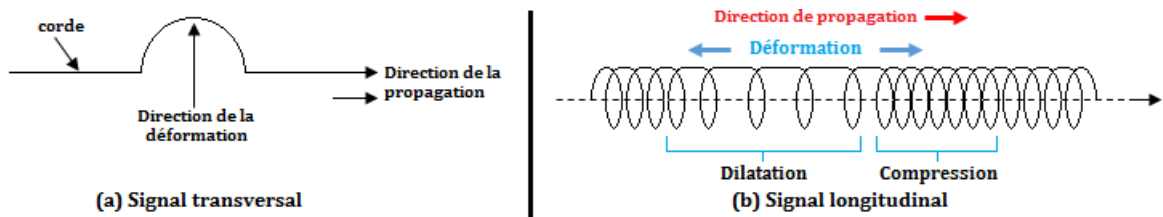


Figure 15.1 : Représentation des types de signaux

Remarque.

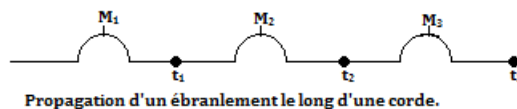
- Les solides transmettent les deux types de signaux à des célérités différentes ;
- Les fluides (gaz ou liquides) ne transmettent que des signaux longitudinaux sauf la surface libre d'un liquide qui émet des signaux transversaux.
- Tout signal se propage généralement avec transport d'énergie et de quantité de mouvement mais sans transport de matière.

Quelques exemples de signaux

- **Les signaux sonores** résultant de la modification temporaire de la pression ou des positions des molécules du milieu. Ils ne se propagent que dans un milieu matériel élastique ;
- **Les signaux électromagnétiques** résultant de la modification temporaire des vecteurs champs électrique et magnétique. Ils se propagent dans tous les milieux y compris le vide. Les signaux lumineux, hertziens de même que les rayonnements infrarouges, ultraviolets, X et γ sont de nature électromagnétique ;
- **Les signaux mécaniques** résultant de la modification temporaire des positions des points d'un milieu élastique ou ses caractéristiques mécaniques. Ils nécessitent la présence d'un milieu matériel pour se propager.

1.1.3. Propagation d'un signal mécanique

- La **propagation** est le déplacement d'un ébranlement.
- La **célérité** est la vitesse de propagation d'un signal mécanique, qu'on note v ou C .



Sur cette figure on a :
$$v = \frac{M_1 M_2}{t_2 - t_1} = \frac{M_2 M_3}{t_3 - t_2} = cste \quad (15.1)$$

- la distance d (en m), est celle parcourue par le signal ;
- la durée t (en s), est le temps mis par le signal pour parcourir d
- la vitesse v est constante dans toutes les directions pour un milieu **homogène** et **isotrope**.
- Un **milieu isotrope** est un milieu qui possède les mêmes propriétés dans toutes les directions. C'est par exemple le cas de l'eau pure.
- la célérité dépend de la nature du milieu de propagation, de son état actuel autrement dit, des propriétés physiques du milieu (*température, pression, densité, ...*)



- la célérité de propagation ne dépend ni de la forme ou de l'amplitude de l'ébranlement à condition toutefois, que la déformation qui en résulte, ne soit pas trop grande.
- *Il y a amortissement de l'amplitude du signal dans les milieux réels.*

1.2 Propagation d'une onde mécanique progressive

1.2.1. Définition

Une **onde mécanique progressive** est une onde mécanique qui se propage sans se déformer (*amplitude constante*). C'est aussi une vibration entretenue qui s'éloigne de sa source de production.

Elle est caractérisée par :

- la célérité C : c'est la vitesse, en mètre par seconde, de propagation immatérielle (*sans transport de matière*) d'une onde. Elle est donnée par la relation :

$$C = \frac{d}{t} \quad (15.2)$$

Exemple. Une corde élastique déformée en un point par un vibreur est parcourue par une onde progressive.

En excitant par la pointe d'un vibreur la surface libre d'une eau au repos, on observe des **rides circulaires progressives** se déplaçant tout en laissant l'eau sur place.

Remarque. Une onde est dite à une **dimension (1D)**, si la perturbation ne dépend que de la position de la direction de propagation.

1.2.2. Équations de propagation d'une onde mécanique progressive

D'une manière générale, l'équation de propagation se déduit de celle de la source en un point O. Soit par exemple $y_0 = y_m \sin \omega t$, l'équation de propagation de l'onde en O. Soit P un point du milieu de propagation tel que $\overrightarrow{OP} = x$.



- $\vec{i}$, vecteur unitaire

- P, reproduit le mouvement de la source O avec le retard $\theta = \frac{x}{v}$ (15.3)

$$\text{On a alors, } y_P(t) = y_0(t - \theta) = \begin{cases} y_m \sin \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{v.T}x \right) \\ \lambda = v.T \end{cases} \quad (15.4)$$

On obtient alors,

$$y_P(t) = y_m \sin \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x \right) \quad (15.5)$$

Remarque.

■ L'équation de l'onde progressive dépend de deux variables :

- la **variable temporelle** t de période T
- la **variable spatiale** x de période λ .

■ On appelle **longueur d'onde** λ (en m), la distance parcourue par l'onde pendant une période. Elle est définie par la relation 15.4.2 ci-dessus.

■ La relation entre λ et T est appelée **relation de dispersion**.

■ Soit, $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{i}$ (15.6), le **vecteur d'onde** (en m^{-1}) ; il a même direction et même sens que la direction de propagation. La quantité $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (15.7) est appelée **nombre d'ondes**.



En introduisant (15.7) dans (15.6), on obtient :

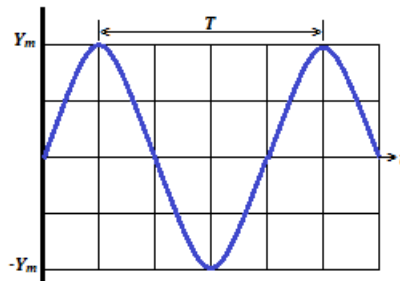
$$y_p(t) = y_m \sin(\omega t - kx) \quad (15.8)$$

• D'une manière générale : $y_0 = y_m \sin(\omega t + \varphi)$ (15.9)

• **Représentation des sinusoïdes.** $y_p(t) = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = y_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$

① 1^{er} cas : on pose $\begin{cases} x = x_0 = \text{cste} \\ \varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}x_0 = -kx_0 \end{cases}$ (15.10)

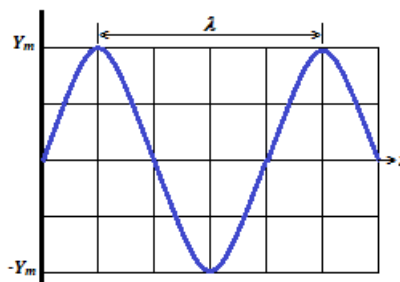
On obtient alors, $y_p(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$ et ce qui donne :



② 2^e cas : On pose $\begin{cases} t = t_0 = \text{cste} \\ \varphi' = \frac{2\pi}{T}t_0 = \omega t_0 \end{cases}$ (15.11)

On a alors :

$$y_p(t) = y_m \sin\left(-\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi'\right) = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \underbrace{\pi + \varphi'}_{\varphi''}\right) = y_m \sin(kx + \varphi'')$$



- **Sinusoïdes des espaces** : L'élongation $\mathbf{Y_P(t)}$ admet alors une double périodicité : **spatiale** λ et **temporelle** T .



Exemple 15.1

Écrire l'équation horaire de l'élongation de l'extrémité S d'une corde se déplaçant dans le sens des élongations négatives à l'instant initial avec une amplitude $a = 2 \text{ cm}$ et une fréquence $N = 100 \text{ Hz}$.

Solution 15.1

On donne :
$$\begin{cases} N = 100 \text{ Hz} \\ a = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

Déterminons l'équation horaire en S.

Posons $y_s = -2 \sin(\omega t + \varphi)$, l'équation horaire de l'onde au point S.

Or $\omega = 2\pi N = 200\pi$ et à $t = 0$, $y_s(0) = a$. Ce qui conduit donc à : $\sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$.

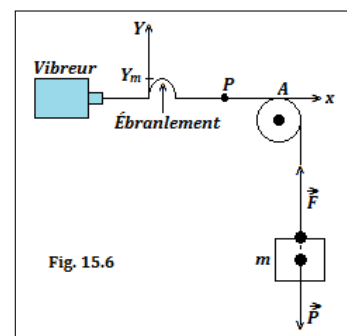
Alors, $y_s(t) = -2 \sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

1.2.3. Exemple de propagation d'une onde mécanique

a. Propagation le long d'une corde

i. Expérience

- La corde (OA) est tendue, l'extrémité O est fixée à un vibreur, l'autre extrémité A, repose sur un **tampon d'ouate** (coton) qui absorbe les vibrations réfléchies.
- L'ébranlement est dit transversal car perpendiculaire à la direction de propagation.



- La vitesse de propagation est telle que :

$$v = c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{P}{\mu}} \quad (15.12)$$

- F (en N), est la tension de la corde et P (= mg) poids de la masse m ;
- μ (en kg.m^{-1}), est la **masse linéique** i.e. la masse de la corde par unité de longueur.

- Si la corde a une masse m' , alors : $\mu = \frac{m'}{AO}$ (15.13)

- Or $F = P = mg$ (équilibre de la masse m), ce qui conduit à :

$$c = \sqrt{\frac{m \cdot g}{m'} \times OA} \quad (15.14)$$

Exemple 15.2

Une longue corde de masse linéique $0,01 \text{ kg/m}$ est tendue horizontalement par une force d'intensité 4 N .

Une source transmet à l'une de ses extrémités, une perturbation d'équation :

$$y = 0,01 \cos(6t + \pi/2), \text{ où } y \text{ en m et } t \text{ en s.}$$

1. De quelle nature sont les ondes transmises à la corde ?
2. Calculer :
 - a. la célérité de cette onde
 - b. la fréquence puis la longueur d'onde.
3. Déterminer la vitesse transversale de l'extrémité de la corde à l'instant initial.



Solution 15.2

On donne : corde : $\begin{cases} \mu = 0,01 \text{ kg/m} \\ F = 4 \text{ N} \end{cases}$;

Source S : $y_s = 0,01 \cos(6t + \pi/2)$ (*).

1. Nature des ondes : Ondes transversales car la perturbation se propage perpendiculairement à la direction de la corde.

2. Calculons :

a. la célérité c de l'onde

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = 20 \text{ m/s}$$

b. la fréquence f et la longueur d'onde λ .

$$- f : \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,96 \text{ Hz}$$

$$- \lambda = c.T = \frac{c}{f} = 20,83 \text{ m.}$$

3. Déterminons la vitesse $v_i = v(0)$ i.e. à $t = 0$.

Il nous suffit alors de dériver (*), ce qui conduit à :

$$\dot{y}_s = v_s(t) = -0,06 \sin(6t + \pi/2)$$

À $t = 0$, $v_s(0) = -0,06 \text{ m/s}$, donc,

$$v_i = -0,06 \text{ m.s}^{-1}.$$

Fin exemple 15.2

2i. Observation stroboscopique

- En éclairage normal, on observe une corde floue car les vibrations sont rapides.
- En éclairage stroboscopique, lorsque la fréquence f du vibreur coïncide avec celle f_e des éclairs ($f = f_e$), on observe une corde immobile ayant la forme d'une sinusoïde de même amplitude mais dont la période est une longueur : c'est la **sinusoïde des espaces**.
- Lorsque f_e est légèrement inférieure à f , on observe une corde qui se déplace sans se déformer dans le sens du mouvement : c'est l'**onde progressive** ; le contraire i.e. l'**onde régressive**, est lorsque f est légèrement inférieure à f_e .

b. Propagation à la surface libre d'un liquide

- Une pointe fixée à la lame d'un vibreur, effleure en O, la surface libre d'un liquide contenu dans une cuve (fig. 15.7.a)
- Lorsqu'on éclaire la surface plane du liquide à l'aide d'un stroboscope de manière à immobiliser le phénomène ($f = f_e$), on observe des **rides circulaires** fixes, concentrées en O et équidistantes de λ des unes des autres : ce sont des **rides circulaires concentriques** (fig. 15.7.b)
- Ces rides, représentent des surfaces d'onde de rayon (à l'instant t) : $r = vt$.

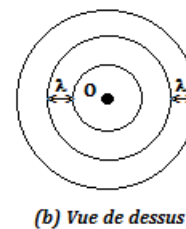
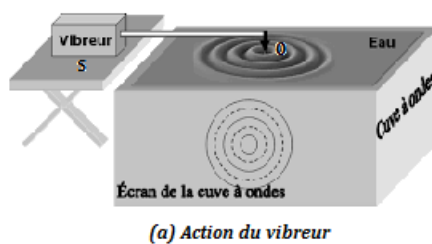


Figure 15.7 : Action d'un vibreur à la surface libre de l'eau.

- En vue de coupe (fig. 15.8.a) ou de profil (fig. 15.8.b), chaque direction (Ox) se comporte comme une onde.
- La distance séparant $n - rides$ circulaires consécutives est :

$$\begin{cases} d = (n - 1)\lambda \\ \lambda = \frac{d}{n - 1} \end{cases} \quad (15.15)$$

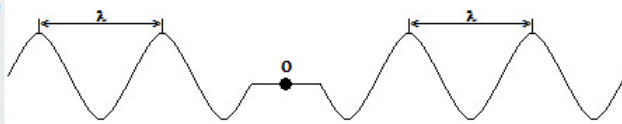
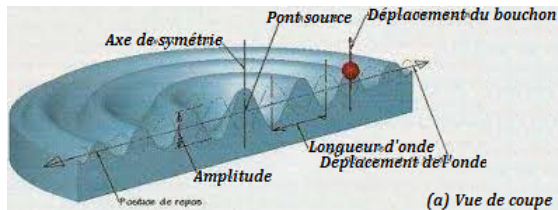


Figure 15.8 : Vue de coupe et vue de profil

- Si la distance séparant la $n_2^{\text{ième}}$ - ride de la $n_1^{\text{ième}}$ - ride est d' , alors :

$$\begin{cases} d' = (n_2^{\text{ième}} - n_1^{\text{ième}})\lambda \\ \lambda = \frac{d'}{n_2^{\text{ième}} - n_1^{\text{ième}}} \end{cases} \quad (15.16)$$

Exemple 15.3

La pointe d'un vibreur animé d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude $a = 4 \text{ mm}$, frappe périodiquement, en un point S, la surface de l'eau éclairée par un stroboscope.

- 1.. La plus grande valeur de la fréquence des éclairs pour laquelle deux lignes de crête sont immobiles est 60 Hz. Quelle est la fréquence du vibreur ?
- 2.. La distance, mesurée le long d'un rayon, séparant la troisième crête de la douzième est $d = 9 \text{ cm}$.
 - a.. Quelle est la longueur d'onde ?
 - b.. Quelle est la célérité de l'onde progressive ?
- 3.. Établir l'équation horaire du mouvement de S en prenant comme origine des temps, un des instants où la pointe passe par sa position d'équilibre en se déplaçant dans le sens positif ascendant.

Solution 15.3

Vibreur $\{a = 4 \text{ mm}\}$ + stroboscope $\{f_e = 60 \text{ Hz}\}$.

- 1.. Soit f la fréquence du vibreur. L'immobilité apparente est observée lorsque $f = f_e$. Donc, $f = 60 \text{ Hz}$.

- 2.. On donne : $n_{12} = 12$ et $n_3 = 3$; $d = 9 \text{ cm}$.

- a.. Déterminons λ .

$$\lambda = \frac{d}{n_{12} - n_3} = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

- b.. Déterminons la célérité v .

$$\lambda = v.T = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda \times f = 0,6 \text{ m/s} = 60 \text{ cm/s.}$$

- 3.. Équation horaire de l'onde au point S.

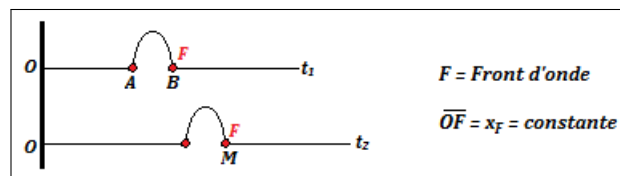
Elle peut se mettre sous la forme :

$$y_s = 4 \sin(2\pi ft + \varphi) = 4 \sin(120\pi t + \varphi)$$

$$\text{Or, à } t = 0, y_s(0) = 0 \Rightarrow \varphi = 0, \text{ donc,}$$

$$y_s(t) = 4 \sin(120\pi t) \text{ (en mm)}$$

- Le **front d'ondes** est encore appelé **front de perturbation**. C'est l'endroit où se trouve l'onde à l'instant t .



- Durée T de l'ébranlement en un point (*départ et arrivée*) : $T = \frac{AB}{v}$ (15.17)

$$\text{– Arrivé en M : } t_2 = t_1 + \frac{BM}{v} \quad (15.18)$$

$$\text{– Départ en M : } t_2' = t_1 + \frac{AM}{v} \quad (15.19)$$



$$- (15.19) - (15.18) : T = t'_2 - t_2 = \frac{AB}{v}$$

c. Les tuyaux sonores et les ressorts

Le son résulte de la mise en vibration d'un corps appelé **source sonore** ou **générateur de son**.

Ex. diapason, cloche, cordes vibrantes (guitares),...

- Son audible : (Hz) $20 \text{ (infrasons)} \leq f \leq 20.000 \text{ (ultrasons)}$
- Dans une onde sonore, la perturbation est une alternance de compression et de dilatation du milieu de propagation selon la direction de dilatation ou de compression : le son est une onde **longitudinale**.
- La célérité du son décroît des solides aux gaz en passant par les liquides.

$$\bullet \text{ Pour un gaz parfait : } \begin{cases} v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot P}{\rho}} \text{ formule de Laplace} \\ \gamma = \frac{C_p}{C_v} \text{ atomicité du gaz} \\ PV = nRT \text{ équation des gaz parfaits} \\ \rho = \frac{m}{V} \text{ masse volumique du gaz} \end{cases} \quad (15.20)$$

avec C_p et C_v , les chaleurs massiques respectives à pression constante et à volume constant.

d. État vibratoire des points du milieu de propagation

La différence de phase $\Delta\varphi$ entre deux points M et N, permet de déterminer leur état vibratoire. Le déphasage $\Delta\varphi$ entre les points M et N d'abscisses respectives x_M et x_N s'exprime :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_M - x_N) \quad (15.21)$$

avec λ = longueur d'onde (en m) ; x_M et x_N (en m) ; $\Delta\varphi$ (en rad). On considère $k \in \mathbb{Z}$:

– si $\Delta\varphi = 2k\pi$, alors,

$$x_M - x_N = k\lambda \quad (15.22)$$

, les points M et N vibrent en phase

– si $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$, alors,

$$x_M - x_N = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \quad (15.23)$$

, les points M et N vibrent en opposition de phase

– si $\Delta\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$, alors,

$$x_M - x_N = (2k + 1)\frac{\lambda}{4} \quad (15.24)$$

, les points M et N vibrent en quadrature de phase.

Jeu Bilingue

Expression française	English Expression	Expression française	English Expression
Longueur d'onde	wavelength	Période	Period
Vibration	Vibration	Onde	Wave
Fonction d'onde	Wave function	Cuve d'eau	Water tub