



Leçon 5

ÉNERGIE CINÉTIQUE

Activité

Lorsque deux voitures de masses différentes entrent en collision, les dégâts sont plus importants sur la voiture de faible masse et de grande vitesse que sur la voiture de grande masse mais de faible vitesse.

Comment expliquer cela ?

ACTIVITÉS

Objectifs

- ⇒ Définir et expliciter l'énergie cinétique d'un système.
- ⇒ Énoncer et exploiter le théorème de l'énergie cinétique.

1. Définition, présentation et unité1.1. Définitions

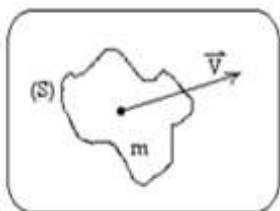
- En physique, on dit d'un corps qu'il possède de l'énergie, lorsqu'il est capable de fournir un travail au milieu extérieur.
- L'**énergie cinétique** est l'énergie que possède un corps à cause de sa vitesse.

1.2. Symbole et unité de l'énergie cinétique

- De son nom anglais, **kinetic energy**, l'énergie cinétique est notée **E_c** ou **K_E**.
- Étant donné qu'il s'agit d'une énergie, l'énergie cinétique s'exprime alors en **joule** de symbole **J**.

2. Calcul de l'énergie cinétique2.1. Cas d'un solide en translation

En translation, l'énergie cinétique **E_c** est la moitié du produit de la masse **m** du mobile et du carré de la vitesse **V** dudit mobile :



$$E_c = \frac{1}{2} m V^2 \quad (5.1)$$

V en **m.s⁻¹** ; m en **kg** et E_c en **J**.

On démontre cette formule de la manière suivante :

D'après la deuxième loi de Newton et celle du travail d'une force,

$$\begin{cases} W = F \cdot d \\ F = ma \end{cases} \Rightarrow W = E = m \times a \times d$$

$$\text{Or } \begin{cases} a = \frac{\bar{v}}{t} \\ \bar{v} = \frac{V}{2} \end{cases} \Rightarrow E = m \times \frac{V}{2} \times \frac{d}{\frac{t}{V}} = \frac{1}{2} m V^2$$

Remarque

Une force appliquée à un solide en translation et parallèle au vecteur vitesse, modifie l' E_C de ce solide.

Exemple

Une voiture de masse $m = 250$ kg, parcourt une distance de 75 km après 1h30 min. Calculer l'énergie cinétique de ce véhicule.

Solution

Données : $m = 250$ kg, $d = 75$ km = 75 000m ; $t = 1$ h30min = 5400 s

Par définition,
$$\begin{cases} E_C = \frac{1}{2} m V^2 \\ V = \frac{d}{t} \end{cases} \Rightarrow E_C = \frac{1}{2} m \times \left(\frac{d}{t} \right)^2$$
 AN : $E_C = 24112,65$ J.

2.2. Cas d'un solide en rotation

a) Cas d'un point matériel

Un **point matériel** est un solide de dimension suffisamment petite, assimilable à un point, on l'appelle **mobile**.

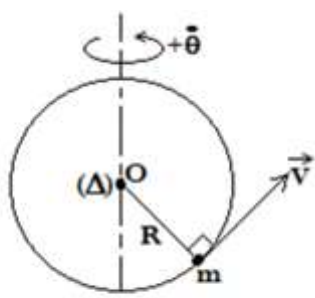


Figure 5.1 : Mouvement circulaire d'un point matériel

$$\begin{cases} E_C = \frac{1}{2} m V^2 \\ V = R \cdot \dot{\theta} = R \cdot \omega \end{cases} \Rightarrow E_C = \frac{1}{2} m R^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 \quad (5.2)$$

$$\text{Avec } J_{\Delta} = m \cdot R^2 \quad (5.3)$$

- J_{Δ} est le moment d'inertie du point matériel par rapport à (Δ) et la caractérise. Il s'exprime en **kg.m²**.
- $\dot{\theta} = \omega$ = vitesse angulaire en **rad/s**.

b) Cas d'un solide

Un **système matériel** est un ensemble de points matériels. Lorsque la distance entre deux points du système matériel est **constante** (i.e. **invariable**), ce système matériel est appelé **solide**.

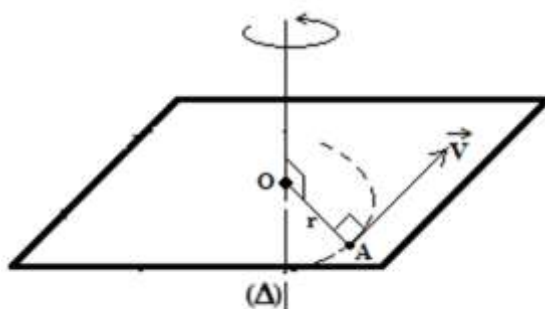


Figure 5.2 : Schéma illustratif

Pour un solide en rotation autour d'un axe (Δ) , à la vitesse angulaire ω , son énergie cinétique est la somme des énergies cinétiques de chacun des points matériels qui le constituent. On écrit à cet effet :

$$E_C = \sum_{i=1}^n E_{C_i} = E_{C1} + E_{C2} + \dots + E_{Cn} = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n r_n^2 \omega_n^2$$



Or $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_n = \omega$, car tous les points du solide ont à chaque instant la même vitesse angulaire.

$$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \right) \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$$

Exemple

Déterminer l'énergie cinétique d'un volant de masse 100 kg (centre masse étant supposée répartie sur une circonférence de 0,50 m de rayon) quand il tourne à la vitesse de 600 tours par minute. On donne : $J_{\Delta} = mr^2$; $\pi^2 \approx 10$.

Solution

Données : $m = 100 \text{ kg}$; $r = 0,5 \text{ m}$; $N = 600 \text{ tr/min} = 10 \text{ tr/s}$; $J_{\Delta} = mr^2$.

$$\begin{cases} E_C = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 \\ \omega = 2\pi N \end{cases} \Rightarrow E_C = 2\pi^2 N^2 J_{\Delta} = 20 \times m \times (N \times r)^2$$

On sait par définition que,

$$\text{AN : } E_C = 5.10^4 \text{ J.}$$

2.3. Cas d'un solide en mouvement mixte : translation + rotation

Pour un mouvement combiné (**translation et rotation simultanées**), on utilise le principe de **sommation** des énergies pour avoir l'énergie cinétique totale du solide :

$$E_C = E_C(\text{trans.}) + E_C(\text{rot.}) = \frac{1}{2} m.v^2 + \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 \quad (5.4)$$

Remarque

Une force perpendiculaire au vecteur vitesse ne modifie pas l'énergie cinétique du solide ; elle modifie la direction du déplacement sans changer la norme du vecteur vitesse.

Exemple 1

Une petite bille de masse $m = 50 \text{ g}$, assimilable à une sphère pleine de rayon $r = 10 \text{ cm}$, glisse le long d'une pente inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport l'horizontale à la vitesse $V = 25 \text{ m.s}^{-1}$.

Montrer que l'énergie cinétique de cette bille est : $E_C = \frac{7}{10} mV^2$ On donne : $J_{\Delta} = \frac{2}{5} mr^2$.

Solution

Données : $m = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$; $r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$; $V = 25 \text{ m.s}^{-1}$.

$$\text{On sait par définition que, } E_C = E_C(\text{trans.}) + E_C(\text{rot.}) = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{5} mr^2 \omega^2$$

$$\begin{aligned} (*) \\ \text{Or } \begin{cases} V = \pi DN \\ \omega = 2\pi N \\ D = 2r \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{\omega} = \frac{D}{2} = r \Rightarrow \omega = \frac{V}{r} \end{aligned} \quad (2*)$$

$$(2*) \text{ dans } (*), E_C = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{5} m \underbrace{(r\omega)^2}_V = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{5} mV^2 = \frac{7}{10} mV^2 \quad (\text{CQFD})$$

$$\text{AN : } E_C = 21,88 \text{ J} \approx 22 \text{ J.}$$

Exemple 2

Un cylindre plein et homogène a pour rayon $R = 1,0 \text{ cm}$ et pour longueur $l = 5,0 \text{ cm}$. Son moment d'inertie par rapport à son axe est $J = 6,1.10^{-6} \text{ kg.m}^2$.

- Établissez la relation qui lie la masse volumique μ du cylindre aux grandeurs R , l et J . Calculer μ .
- Ce cylindre tourne autour de son axe à la vitesse angulaire $N = 3000 \text{ tr/min}$. calculer son E_C .



- c) Quelle devrait être sa vitesse de translation pour qu'il possède la même E_c ?
 d) Que devient cette énergie cinétique si l'on double la vitesse précédente ?
 e) Pour arrêter son mouvement de rotation, un patin presse sa périphérie en exerçant une force tangentielle constante F . Sachant que le cylindre effectue 10 tours avant de s'arrêter, calculer l'intensité de la force F . on donne $J = (mR^2)/2$.

Solution

Données : cylindre plein et homogène $\begin{cases} R = 1,0\text{cm} \\ \ell = h = 5,0\text{cm} \\ J = 6,1 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2 \end{cases}$

- a) Relation entre $\mu = f(R, \ell \text{ et } J)$.

On sait que $\mathbf{m} = \mu \cdot \mathbf{V}$ or $\mathbf{V} = \pi R^2 \mathbf{h}$ et $J = (mR^2)/2 \Rightarrow (2J)/R^2 = \pi \mu R^2 h$

$$\Rightarrow \mu = \frac{2J}{\pi R^4 h} \quad \text{AN : } \mu = 7770,7 \text{ kg/m}^3.$$

- b) Calculons E_c si $N = 3000 \text{ tr/min} = 50 \text{ tr/s}$.

En appliquant la formule 5.2 et en posant $\omega = 2\pi N = 100\pi \text{ rad/s}$, on obtient : $E_c = 3,05 \cdot 10^{-2} \text{ J}$.

NB : N = vitesse angulaire ou fréquence angulaire et peut s'exprimer en Hertz (Hz) ou tr/s.

- c) Déterminons V si $E_c(\text{trans}) = E_c(\text{rot})$. À cette égalité, on vérifie sans douleur que :

$$V = R\omega \sqrt{\frac{1}{2}} = 2,22 \text{ m.s}^{-1}.$$

- d) Posons $V' = 2V$

$$\rightarrow E'_c = \frac{1}{2} V'^2 = \frac{1}{2} (2V)^2 = 4 \left(\frac{1}{2} V^2 \right) = 4E_c.$$

Conclusion : Lorsqu'on double la vitesse d'un mobile, son énergie est dans ce cas, quadruplée.

- e) À voir plus loin.

3. Théorème de l'énergie cinétique**3.1. Énoncé du théorème**

« La variation de l'énergie cinétique ΔE_c d'un système entre deux instants t_1 et t_2 donnés, est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces agissant sur le système pendant cet intervalle

de temps : $\Delta E_c \Big|_{t_1}^{t_2} = E_{c_2} - E_{c_1} = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}}) \quad (5.5)$

Exemple

Répondons à la question e) de l'exemple 2 ci-dessus.

Solution

Étant donné que la force exercée sur le cylindre arrête le mouvement de celui-ci, elle est alors considérée comme force de frottement ou force de freinage. On aura alors, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_i} = W(\vec{F}) = M \times \theta = -2\pi n F.R. \Rightarrow F = \frac{E_{c_i}}{2\pi n R} \quad \text{AN : } F = 0,049 \text{ N} \approx 0,1 \text{ N}.$$

Exemple

Un solide (S) de masse $m = 10 \text{ kg}$, tombe en chute libre du haut d'un immeuble de hauteur par rapport au sol, $h = 13 \text{ m}$.

- (a) Qu'appelle-t-on chute libre ?

- (b) Le solide (S) quitte du sommet de l'immeuble avec une vitesse $V_0 = 3 \text{ m.s}^{-1}$.

- (i) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique (TEC), calculer sa vitesse au premier contact avec le sol.

(ii) Que vaut alors, pendant son mouvement de chute, son énergie potentielle de pesanteur ? Justifier votre réponse.

Solution

$$\text{Solide (S) : } \begin{cases} \text{masse : } m = 10\text{kg} \\ \text{hauteur : } h = 13\text{m} \\ g = 9,8\text{N.kg}^{-1} \end{cases}$$

(a) Chute libre : C'est le mouvement de chute d'un objet soumis à la seule action de son poids.

(b) Vitesse initiale en O : $V_0 = 3\text{m.s}^{-1}$

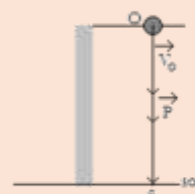
(i) Calculons la vitesse V_s au sol :

$$\text{TEC : } \Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}}) \Leftarrow E_{C_s} - E_{C_o} = W(\vec{P})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_s^2 - \frac{1}{2}mV_o^2 = mgh$$

$$\Rightarrow V_s = \sqrt{V_o^2 + 2gh}$$

$$\underline{\text{AN : }} V_s = 16,24 \text{ m.s}^{-1}.$$



(ii) Valeur de l'énergie potentielle E_p lors de la descente du solide (S).

Étant donné que le solide est en chute libre, alors, il y a transformation intégrale de l'énergie cinétique E_c en énergie potentielle de pesanteur E_p . Soit donc :

$$E_p = E_c = \frac{1}{2}mV_o^2$$

$$\underline{\text{AN : }} E_p = 45 \text{ J.}$$

3.2. Applications du théorème : Notion de choc

- Un système est dit **isolé**, lorsqu'il n'est soumis à aucune force extérieure.
- Un système est dit **pseudo-isolé**, lorsqu'il est soumis à des forces extérieures dont la somme vectorielle est nulle.
- Un système isolé ou pseudo-isolé, conserve sa quantité de mouvement : $\vec{P} = \text{cste}$ (5.6)
- On appelle **choc**, la collision brusque (ou impact brusque) entre deux systèmes (solides).

3.2.1. Choc mou

- En général, un choc est dit mou, lorsqu'après le choc, les deux solides restent collés.
- On pourrait, dans une certaine mesure, assister à une conservation de l'énergie cinétique.

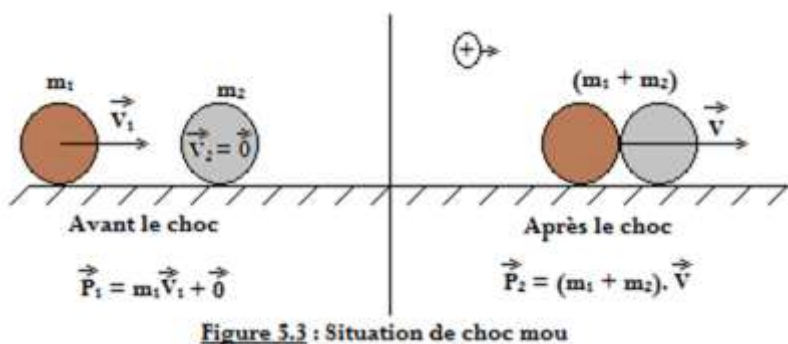


Figure 5.3 : Situation de choc mou

- En appliquant la conservation de la quantité de mouvement, on a :

- Avant le choc : $\vec{P}_1 = m_1 \vec{V}_1 + \vec{0}$

- Après le choc : $\vec{P}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V}$

- Conservation : $\vec{P}_1 = \vec{P}_2 \Leftrightarrow m_1 \vec{V}_1 = (m_1 + m_2) \vec{V} \Rightarrow \vec{V} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{V}_1$

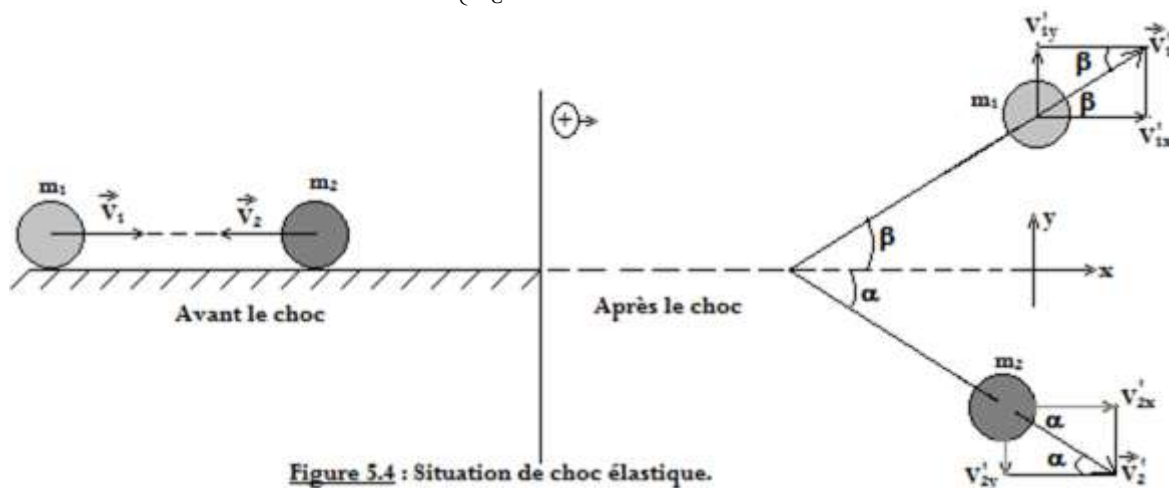
- Algébrisation : $V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} V_1$ (5.7)

- S'il y a conservation d'énergie cinétique, on aura : $V = V_1 \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}$ (5.8)

3.2.2. Choc élastique, choc parfaitement élastique

- En général, un choc est dit élastique, lorsqu'après le choc, les deux solides prennent des directions privilégiées.
- Si en plus de la conservation des quantités de mouvement il y a conservation de l'énergie cinétique, alors, le **choc est dit parfaitement élastique**. On a alors :

$$\begin{cases} \vec{P} = \text{cste} \\ E_C = \text{cste} \end{cases} \quad (5.9)$$



- Les lois utilisées :

■ Quantité de mouvement

- Avant le choc : $\vec{P}_1 = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$

- Après le choc : $\vec{P}_2 = m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2'$

- Conservation : $\vec{P}_1 = \vec{P}_2 \Leftrightarrow m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2'$ (*)

- Algébrisation : $\begin{cases} m_1 V_1 - m_2 V_2 = m_1 V_1' \cos \beta + m_2 V_2' \cos \alpha \\ 0 = m_1 V_1' \sin \beta - m_2 V_2' \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow$

■ Énergie cinétique

- Avant le choc : $E_{C_1} = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2$

- Après le choc : $E_{C_2} = \frac{1}{2} m_1 V_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2'^2$

- Conservation : $E_{C_1} = E_{C_2} \Leftrightarrow m_1 (V_1^2 - V_1'^2) = m_2 (V_2'^2 - V_2^2)$

**Exemple**

On néglige dans cet exercice la résistance de l'air et on prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

- a) Quelles sont les quantités de mouvement et l'énergie cinétique d'un wagon de 1 tonne qui circule à une vitesse de 144 km/h ?
- b) Ce wagon rattrape et se colle sans rien casser sur sa trajectoire, un autre wagon de même masse circulant à une vitesse de 72 km/h. Quelle est la vitesse du train formé par ces deux wagons ?

Solution

On donne : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

(a) Calculons :

- ♦ La quantité de mouvement P si $V = 144 \text{ km.h}^{-1} = 40 \text{ m.s}^{-1}$ et $m = 1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$.

$$P = mV = 40.000 \text{ kg.m.s}^{-1}$$

- ♦ L'énergie cinétique E_c

$$E_c = \frac{1}{2} mV^2 = 800.000 \text{ J.}$$

(b) Le choc ici est mou. On aura donc comme vitesse V de l'ensemble formé par les deux wagons de vitesses respectives $V_1 = 40 \text{ m.s}^{-1}$ et $V_2 = 20 \text{ m.s}^{-1} = 75 \text{ km.h}^{-1}$ (En appliquant la conservation des quantités de choc) :

- Quantité de mouvement avant le choc : $P = m_1V_1 + m_2V_2$
- Quantité de mouvement après le choc : $P' = (m_1 + m_2)V$.
- Conservation : $P = P'$ et $m_1 = m_2 \Rightarrow 2V = V_1 + V_2$
- Soit donc : $V = (V_1 + V_2) / 2 = 30 \text{ m.s}^{-1} = 108 \text{ km.h}^{-1}$.

4. Jeu bilingue

Expression française	Expression anglaise
Énergie cinétique	Kinetic energy
Vitesse	Velocity
Quantité de mouvement	Momentum

Sentence: The kinetic energy is the energy that has one system because of its velocity.

