MODULE ⇒ MESURES ET INCERTITUDES 1

Leçon 1

MESURE DES GRANDEURS PHYSIQUE ET CHIMIQUE

Objectifs

- Donner les qualités d'un instrument de mesure
- Justifier le choix d'un instrument de mesure
- Présenter les résultats d'une mesure (chiffres significatifs, notation scientifique,...)

1. Les instruments de mesure et leurs qualités

1.1. Les instruments de mesure (en physique et en chimie)

Définitions

Un **instrument de mesure** est tout instrument servant à mesurer une grandeur physique ou chimique.

Une **grandeur physique** est un élément mesurable, permettant de décrire sans ambiguïté une partie d'un phénomène physique chacune de ces grandeurs faisant l'objet d'une définition claire et précise.

Les instruments de mesure exploités en physique et en chimie sont alors :

- Les **balances**, pour la mesure des masses des corps.
  Les unités exploitées sont respectivement :
  - Le **gramme** de symbole **g**, en chimie.
  - Le **kilogramme** de symbole **kg**, en physique.
- Le **mètre**, pour les mesures de longueur. L'unité est le **mètre** de symbole **m**.
- Le **thermomètre**, pour la mesure des températures. L'unité est le **Kelvin** de symbole (**K**) ou le **degré Celsius** de symbole (**°C**). Il faut noter que : **T(K) = 273 + T(°C)**.
- Le **chronomètre**, pour mesurer le temps. L'unité ici est la **seconde** de symbole **s**.
- L'**ampèremètre**, pour la mesure de l'**intensité** du courant. L'unité ici est l'**ampère** de symbole **A**.
- Le **voltmètre**, pour la mesure de la **tension électrique**. L'unité ici est le **volt** de symbole **V**.
- Le **multimètre** : c'est l'instrument de mesure le plus connu. Il permet de mesurer les tensions et les courants en continu et en alternatif.
- L'**ohmmètre**, pour la mesure de la **résistance** des conducteurs ohmiques (**résistors**). L'unité de mesure ici est le **Ohm** de symbole (**Ω**).
- Le **fréquencemètre**, pour la mesure des **fréquences**. L'unité de la fréquence est le **Hertz** de symbole **Hz**. On distingue ici le fréquencemètre mécanique et électronique.
- Le **wattmètre** pour la mesure de la puissance. L'unité de mesure est le **Watt** de symbole (**W**).
- Le **spectrophotomètre** : c'est un appareil permettant la mesure de l'absorbance d'une solution à différente valeur de longueur d'onde.
- Le **pH-mètre**, pour la détermination du **pH** d'une solution. Les valeurs obtenues sont sans unités.
- Le **conductimètre** : c'est un appareil combinant un générateur basse-fréquence, un voltmètre et un ampèremètre.

Malgré leurs diversités, le choix d'un instrument, doit prendre en compte ses différentes qualités.

MODULE ⇒ MESURES ET INCERTITUDES I

Leçon 1

MESURE DES GRANDEURS PHYSIQUE ET CHIMIQUE

1.2. Les qualités d'un instrument de mesure : la métrologie

Définition

📖 La **métrologie**, est la science de la mesure associée à l'évaluation de son incertitude.

📖 La **qualité métrologique** d'un instrument de mesure, est l'ensemble des données caractérisant la qualité de la mesure effectuée par le dispositif considéré.

Les instruments de mesure se décrivent d'abord par leur mesurande i.e. (1) la grandeur pour laquelle on attend une valeur numérique.

Les **qualités** d'un appareil de mesure sont ces propriétés qui définissent le choix d'un instrument de mesure. On peut alors citer :

(i) **L'étendue de mesure** : C'est le domaine de variation possible de la grandeur à mesurer. Elle est définie par une valeur maximale et une valeur minimale. Ces deux valeurs extrêmes, s'appellent respectivement la portée maximale et la portée minimale.

Exemple

Un voltmètre peut avoir une étendue de mesure comprise entre 1 volt et 10 volts.

(ii) La **résolution** : La résolution d'un appareil est la plus petite variation de la grandeur mesurée qui produit une variation perceptible de l'indication délivrée par l'instrument. Elle peut être exprimée en **points**, qui sont alors le nombre de valeurs différentes que l'instrument peut afficher.

Exemple

Un multimètre de 2 000 points (pts) pour une étendue de 2 V peut afficher toutes les valeurs comprises entre 0,000 V et 1,999 V ; sa résolution est donc de **1 mV**.

(iii) La **sensibilité** : C'est un paramètre exprimant la variation du signal de sortie d'un appareil en fonction de la variation du signal de sortie. C'est aussi le rapport entre l'accroissement de la réponse par l'accroissement du signal d'entrée.

Remarque

- Un appareil est d'autant plus sensible qu'une petite variation de la grandeur G à mesurer provoquera un changement plus grand de l'indication donnée par l'appareil de mesure.
- Si la valeur d'entrée est de même nature que la valeur de sortie, la sensibilité est appelée **gain**.
- Soient A, l'indication donnée par un essai et G la quantité de grandeur à mesurer. La sensibilité S de l'appareil de mesure est :

$$ou \begin{cases} S = \dfrac{dA}{dG} \\ S = \dfrac{\Delta A}{\Delta G} \end{cases} \qquad (1.1)$$

On constate alors que la sensibilité correspond à la pente de la courbe de graduation sur un intervalle : il s'agit de la sensibilité moyenne.

Exemple : Cas d'un dipôle linéaire : caractéristique courant-tension : U = f(I)

Dans cette caractéristique, la pente de la droite $I = \frac{U}{R}$ a la dimension de l'inverse de la résistance électrique i.e. s'exprime en **Ω⁻¹ = Siemens** (**S**) et porte le nom **conductance** notée **G**.

On retrouve aussi ce même résultat sur les courbes de Millikan dont la droite linéaire a pour équation

$U = \frac{h}{e}\nu - \frac{E_{ext}}{e}$ de pente $\frac{h}{e}$.

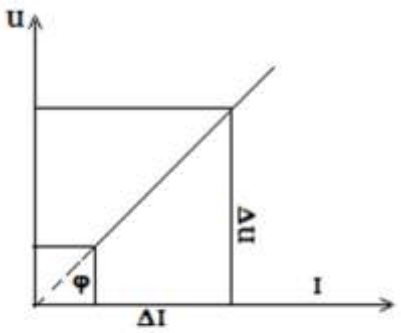

Figure 1.1 : Courbe U = f(I)

(iv) L'**exactitude** : C'est l'aptitude d'un instrument de mesure à donner des indications proches de la valeur vraie d'une grandeur à mesurer. Il faut cependant remarquer que l'exactitude ne s'exprime pas par une valeur chiffrée. C'est une appréciation qualitative des résultats. L'exactitude représente la qualité globale de l'instrument, dans les conditions données. L'erreur d'exactitude comprend l'**erreur de justesse** et l'**erreur de fidélité**. On conclue alors en disant qu'un appareil est **exact** s'il est **juste** et **fidèle**.

(v) La **justesse** : C'est l'aptitude d'un instrument de mesure à donner des indications affranchies (exemptes) d'erreur systématiques. L'erreur de justesse **J** est l'erreur **globale** résultant de toutes les causes pour chacun des résultats de mesure pris isolément. C'est donc l'amplitude de l'appareil à donner des résultats qui ne sont pas entachés d'erreurs.

Dans le cas de **n-valeurs** mesurées, c'est l'écart entre le résultat moyen $\overline{M}$ (**moyenne arithmétique d'un grand nombre de mesure**) et la **valeur vraie** ou **conventionnelle M** :

$$\begin{cases} J = M - \overline{M} \\ \overline{M} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M_i \end{cases} \quad (1.2)$$

(vi) La **fidélité** : C'est l'aptitude d'un instrument de mesure à donner des mesures exemptes d'erreurs accidentelles. La fidélité définie la dispersion des résultats.

Si on effectue un ensemble de mesures G, on obtient une valeur maximum (V_{max}) et une valeur minimum (V_{min}). Les erreurs limites de fidélités sont alors :

$$\begin{cases} F_{max} = \frac{V_{max} - V_{min}}{2} \\ F_{min} = -\frac{V_{max} - V_{min}}{2} \end{cases} \quad (1.3)$$

Exemple

Des mesures répétées d'un ampèremètre donnent : $I_{max} = 10{,}02$ A et $I_{min} = 09{,}07$ A.

La fidélité de cet ampèremètre est alors : $F = \pm\frac{10{,}02 - 9{,}07}{2} = \pm 0{,}475\text{A}$

On peut alors représenter symboliquement la fidélité, la justesse et l'exactitude de la manière suivante :

Figure 1.2 : Représentation symbolique de la fidélité, la justesse et l'exactitude en métrologie.

(vii) La **répétabilité** : c'est l'écart observé lors des mesurages successifs d'une même grandeur dans des conditions identiques (même opérateur, même lieu, mesures effectuées successivement dans une courte période de temps, même méthode).

(viii) La **reproductibilité** : C'est l'écart observé lors des mesurages successifs d'une même grandeur en faisant varier les conditions de mesure.

Remarque

La classe d'un instrument de mesure, est l'aptitude à satisfaire à certaines exigences d'applications métrologiques destiné à conserver les erreurs dans des limites spécifiques.

On classe alors les instruments de mesure selon la figure ci-dessous :

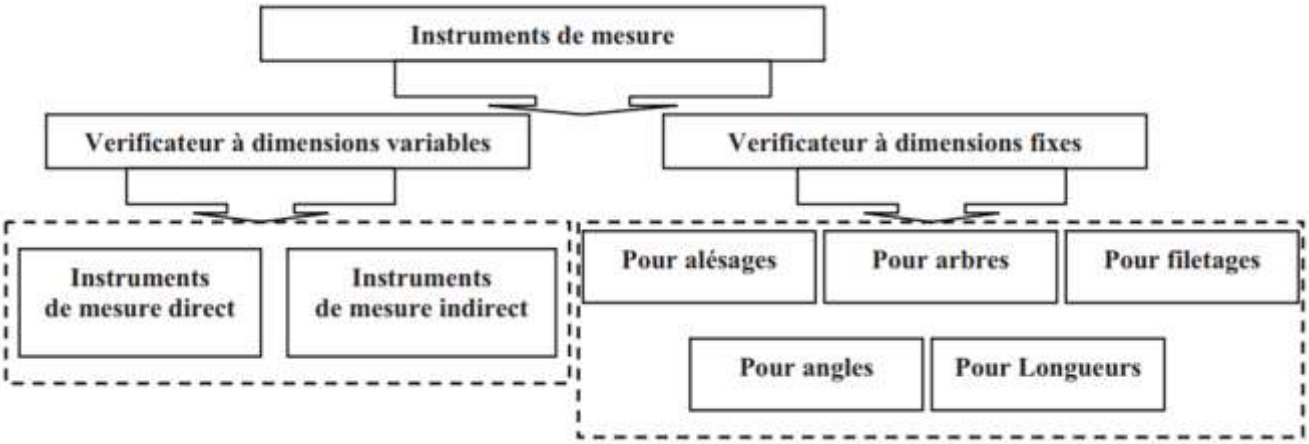

Figure 1.3 : Classification des instruments de mesure.

À présent que nous connaissons mesurer une grandeur à l'aide de l'instrument approprié, il ne reste à présent qu'à présenter numériquement les valeurs obtenues.

2. Présentation des résultats d'une mesure (partie 2)

Les résultats d'une mesure peuvent être représentés de différentes manières parmi lesquelles :

- La **notation scientifique**,
- La **méthode des chiffres significatifs** (**CS**),
- La **méthode des sommes d'incertitude**,
- La **méthode des extrêmes**,
- La **méthode du calcul différentiel**.

Nous aborderons dans cette partie, la **notion de notation scientifique**, la **notion de chiffres significatifs** et la **notion d'ordre de grandeur**.

2.1. La notation scientifique et les préfixes usuels.

En exploitant la définition mathématique, la notation scientifique d'une valeur numérique est toute écriture de la forme $\alpha \times 10^n$ où $n \in \mathbb{Z}$ et α un réel supérieur ou égal à 1 et strictement inférieur à 10 ($1 \leqslant \alpha \prec 10 \setminus \{0\}$).

Exemple

La notation scientifique de 0,0158 est $1{,}58.10^{-2}$; $158 = 1{,}58.10^2$; $-7020{,}35 = -7{,}02035.10^3$.

On regroupe alors les préfixes usuellement utilisés dans le tableau ci-dessous et classés dans l'ordre décroissant :

Nom	Valeur	Symbole
Téramètre	10^{12}	Tm
Gigamètre	10^9	Gm
Mégamètre	10^6	Mm
Kilomètre	10^3	Km
Mètre	10	M
Millimètre	10^{-3}	Mm
Micromètre	10^{-6}	Mm
Nanomètre	10^{-9}	Nm
Picomètre	10^{-12}	Pm
Femtomètre	10^{-15}	Fm

Exemple

12 Tm = 12.10^{12} m ; 0,233 µm = $2{,}33.10^{-1}$ µm = $2{,}33.10^{-1-6}$ m = $2{,}33.10^{-7}$ m.

À cela s'ajoute la notion d'**ordre de grandeur** (OG) qui permet de vérifier par un calcul rapide, la cohérence d'un calcul numérique fait à la calculatrice.

Définition

En physique, l'**ordre de grandeur** d'un résultat numérique est la puissance de dix la plus proche de ce résultat.

On distingue à cet effet deux possibilités :

- Si $\alpha \prec 5$, on l'arrondi à 1 et l'ordre de grandeur recherché est alors $1 \times 10^n = 10^n$: l'ordre de grandeur est la même puissance de 10 que la notation scientifique.

Exemple

Quel est l'ordre de grandeur d'une hauteur h = 173 m ?

La notation scientifique de h est h = $\underline{1}{,}73.10^2$ m ; on constante que $\alpha = 1 < 5$, donc l'ordre de grandeur est alors $1 \times 10^2 = 10^2$ m.

- Si $\alpha \geqslant 5$, on l'arrondi à 10 et l'ordre de grandeur est alors $10 \times 10^n = 10^{n+1}$.

Exemple

Quel est l'ordre de grandeur de l'épaisseur e = 0,006 m d'un poil de porc ?

La notation scientifique de e est e = $\underline{6}.10^{-3}$ m ; on constate de $\alpha = 6 \succ 5$, donc l'ordre de grandeur est alors $10 \times 10^{-3} = 10^{-2}$ m.

Remarque

On peut éviter de passer par la notation scientifique en encadrant le résultat numérique entre deux puissances de dix consécutives.

Exemples

Ex.1 : Un poteau mesure une hauteur H = 35 m. On constate que $10 \prec 35 \prec 100$, mais 35 est plus proche de 10 que de 100. Donc l'ordre de grandeur de H est **10 m**.

Ex.2 : Un tas de viande a une masse à la pesée de m = 500 kg. On constate que 100 ≺ 500 ≺ 1000, mais 500 est plus proche 1000 que de 100. Donc l'ordre de grandeur est **1000 m**.

Abordons à présent la notion de chiffres significatifs.

2.2. Notion de chiffres significatifs et d'arrondi

(a) Définition et règles

- ✍ Une mesure expérimentale est toujours une approximation, elle dépend de l'appareil de mesure et de l'expérimentateur.
- ✍ Une mesure est d'autant plus précise qu'elle s'exprime avec le plus grand nombre de **chiffres significatifs** (**CS**).

Définition

Dans un nombre représentant le résultat d'une mesure, un chiffre est dit **significatif**, si l'instrument nous permet de le connaître avec une fiabilité suffisante.

On ne peut pas par exemple écrire 1,50 cm, la longueur d'un segment mesuré à l'aide d'une règle graduée car celle-ci ne peut afficher ⤒.
De même, dans la valeur 0, 0375 les deux zéros soulignés ne sont pas significatifs ; ils n'indiquent que la position de la virgule.

Remarque

Les chiffres significatifs d'une valeur numérique sont les chiffres écrits en partant de la gauche, à partir du premier chiffre différent de zéro.

Pour définir les chiffres significatifs d'un nombre, les règles suivantes sont à respecter :

Règle 1

Les zéros à gauche d'un nombre représentant le résultat d'une mesure, ne sont pas des chiffres significatifs, ils indiquent uniquement la position de la virgule.

Exemple : 0,0012 L est un nombre à **deux chiffres significatifs**.

Règle 2

Les zéros au milieu et à droite d'un nombre représentant le résultat d'une mesure, sont des chiffres significatifs.

Exemple : 0,205022 [m] est un nombre à **six chiffres significatifs**.

Règle 3

Dans l'écriture scientifique d'un nombre, tous les chiffres servant à écrire le nombre décimal sont significatifs.

Exemple : Le nombre $0{,}02530 = 2{,}530.10^{-2}$ possède **quatre chiffres significatifs.

Règle 4

Dans un nombre représentant le résultat d'une mesure, on ne fait figurer que les chiffres significatifs.

Exemple : Le nombre $45{,}2 = 4{,}52.10^{1}$ possède **trois chiffres significatifs**.

(b) Calculs et chiffres significatifs

Cette partie nous permet de manipuler des calculs comportant des chiffres significatifs. Cependant, il faudrait noter qu'un calcul ne pourrait améliorer la précision (incertitude absolue) d'une mesure. Nous allons devoir appliquer les règles ci-dessous pour effectuer nos calculs.

Règle 1

Un nombre présentant un produit ou un quotient, est arrondi de sorte qu'il ne contienne pas plus de chiffres significatifs que le nombre utilisé dans le calcul et qui en contient le moins.

Exemple

$$\underbrace{2{,}21}_{3\ chiffres\ significatifs} \times \underbrace{3{,}5}_{2\ chiffres\ significatifs} = 7{,}735$$

Le résultat (7,735) est un nombre à 4-chiffres significatifs. Mais compte tenu de la règle précédente, on se doit alors d'écrire comme résultat de ce produit, $2{,}21 \times 3{,}5 = \mathbf{7{,}7}$.

Règle 2

Un nombre représentant une somme ou une différence, est arrondi de sorte qu'il ait autant de décimales (chiffres après la virgule) que le nombre utilisé dans le calcul et qui en contient le moins.

Exemple

$$\underbrace{3{,}18\ m}_{2\ décimales} - \underbrace{2\ m}_{0\ décimale} = 1{,}18\ m$$

D'après la règle 2, le résultat doit s'écrire : **1 m**.

NB : Bien tenir compte des arrondis par excès et par défaut appris en mathématiques.

3. Le jeu bilingue

That space is used to give some words of this lesson in English and use them in scientific sentences. We are going to regroup the French words and their English equivalent inside the following table:

French words	English words
Mesure	Measure
Instrument de mesure	Measure instrument
Métrologie	Metrology
Ordre de grandeur	Magnitude
Étendue de mesure	Measure extension; span
Sensibilité	Sensibility
Sensibilité moyenne	Average sensitivity
Exactitude	Exactitude
Justesse	Exactness, rightness
Fidélité	Loyalty
Répétabilité	Repeatability
Reproductibilité	Reproductivity

Sentence

A number representing a sum or a difference, is rounded so that it has as many decimals as the number used in the calculation and which contains the least.

Translation

Un nombre représentant une somme ou une différence, est arrondi de sorte qu'il ait autant de décimales (chiffres après la virgule) que le nombre utilisé dans le calcul et qui en contient le moins.

(1) i.e. = C'est-à-dire ; on peut aussi utiliser la notation *c.à.d.* pour signifier la même chose.